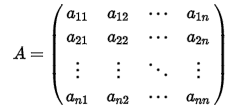
Індивідуальне завдання №5

**Обернена матриця методом Жордана-Гауса**

Процес Гаусового виключення є найкращим способом обернення матриці





Нехай – це елемент котрого дорівнює 1

(А)\*(Х)= або …

А\*= ,де і=()

Використовуючи , ,…, , отримаємо стовпчики

Кожну з систем розв’язуємо методом Гауса.

**Рішення:**

**Початкова матриця:**

7.13 8.21 4.47 -2.11

3.25 1.54 2.91 5.43

-6.34 -8.17 -10.2 3.93

4.52 6.73 1.37 -9.89

1) Запишемо одиничну матрицю:

7.13 8.21 4.47 -2.11 | 1 0 0 0

3.25 1.54 2.91 5.43 | 0 1 0 0

-6.34 -8.17 -10.2 3.93 | 0 0 1 0

4.52 6.73 1.37 -9.89 | 0 0 0 1

2) Додамо до 2-го рядку 1-й рядок, помножену на -0.456

7.13 8.21 4.47 -2.11 | 1 0 0 0

0 -2.204 0.872 6.392 | -0.456 1 0 0

-6.34 -8.17 -10.2 3.93 | 0 0 1 0

4.52 6.73 1.37 -9.89 | 0 0 0 1

3) Додамо до 3-го рядку 1-й рядок, помножену на на 0.889

7.13 8.21 4.47 -2.11 | 1 0 0 0

0 -2.204 0.872 6.392 | -0.456 1 0 0

0 -0.871 -6.226 2.054 | 0.889 0 1 0

4.52 6.73 1.37 -9.89 | 0 0 0 1

4) Додамо до 4-го рядку 1-й рядок, помножену на на -0.634

7.13 8.21 4.47 -2.11 | 1 0 0 0

0 -2.204 0.872 6.392 | -0.456 1 0 0

0 -0.871 -6.226 2.054 | 0.889 0 1 0

0 1.525 -1.464 -8.552 | -0.634 0 0 1

5) Додамо до 3-го рядку 2-й рядок, помножену на на -0.395

7.13 8.21 4.47 -2.11 | 1 0 0 0

0 -2.204 0.872 6.392 | -0.456 1 0 0

0 0 -6.57 -0.471 | 1.069 -0.395 1 0

0 1.525 -1.464 -8.552 | -0.634 0 0 1

6 Додамо до 4-го рядку 2-й рядок, помножену на на 0.692

7.13 8.21 4.47 -2.11 | 1 0 0 0

0 -2.204 0.872 6.392 | -0.456 1 0 0

0 0 -6.57 -0.471 | 1.069 -0.395 1 0

0 0 -0.861 -4.129 | -0.95 0.692 0 1

7) Додамо до 4-го рядку 3-й рядок, помножену на на -0.131

7.13 8.21 4.47 -2.11 | 1 0 0 0

0 -2.204 0.872 6.392 | -0.456 1 0 0

0 0 -6.57 -0.471 | 1.069 -0.395 1 0

0 0 0 -4.067 | -1.09 0.744 -0.131 1

8) Додамо до 3-го рядку 4-й рядок, помножену на на -0.116

7.13 8.21 4.47 -2.11 | 1 0 0 0

0 -2.204 0.872 6.392 | -0.456 1 0 0

0 0 -6.57 0 | 1.195 -0.481 1.015 -0.116

0 0 0 -4.067 | -1.09 0.744 -0.131 1

9) Додамо до 2-го рядку 4-й рядок, помножену на на 1.572

7.13 8.21 4.47 -2.11 | 1 0 0 0

0 -2.204 0.872 0 | -2.17 2.17 -0.206 1.572

0 0 -6.57 0 | 1.195 -0.481 1.015 -0.116

0 0 0 -4.067 | -1.09 0.744 -0.131 1

10 Додамо до 1-го рядку 4-й рядок, помножену на на -0.519

7.13 8.21 4.47 0 | 1.566 -0.386 0.068 -0.519

0 -2.204 0.872 0 | -2.17 2.17 -0.206 1.572

0 0 -6.57 0 | 1.195 -0.481 1.015 -0.116

0 0 0 -4.067 | -1.09 0.744 -0.131 1

11) Додамо до 2-го рядку 3-й рядок, помножену на на 0.133

7.13 8.21 4.47 0 | 1.566 -0.386 0.068 -0.519

0 -2.204 0 0 | -2.011 2.106 -0.071 1.557

0 0 -6.57 0 | 1.195 -0.481 1.015 -0.116

0 0 0 -4.067 | -1.09 0.744 -0.131 1

12) Додамо до 1-го рядку 3-й рядок, помножену на на 0.68

7.13 8.21 0 0 | 2.379 -0.713 0.758 -0.598

0 -2.204 0 0 | -2.011 2.106 -0.071 1.557

0 0 -6.57 0 | 1.195 -0.481 1.015 -0.116

0 0 0 -4.067 | -1.09 0.744 -0.131 1

13) Додамо до 1-го рядку 2-й рядок, помножену на на 3.725

7.13 0 0 0 | -5.112 7.132 0.493 5.202

0 -2.204 0 0 | -2.011 2.106 -0.071 1.557

0 0 -6.57 0 | 1.195 -0.481 1.015 -0.116

0 0 0 -4.067 | -1.09 0.744 -0.131 1

14) Розділимо 1-й рядок на 7.13

1 0 0 0 | -0.717 1 0.069 0.73

0 -2.204 0 0 | -2.011 2.106 -0.071 1.557

0 0 -6.57 0 | 1.195 -0.481 1.015 -0.116

0 0 0 -4.067 | -1.09 0.744 -0.131 1

15) Розділимо 2-й рядок на -2.204

1 0 0 0 | -0.717 1 0.069 0.73

0 1 0 0 | 0.912 -0.956 0.032 -0.706

0 0 -6.57 0 | 1.195 -0.481 1.015 -0.116

0 0 0 -4.067 | -1.09 0.744 -0.131 1

16) Розділимо 3-й рядок на -6.57

1 0 0 0 | -0.717 1 0.069 0.73

0 1 0 0 | 0.912 -0.956 0.032 -0.706

0 0 1 0 | -0.182 0.073 -0.155 0.018

0 0 0 -4.067 | -1.09 0.744 -0.131 1

17) Розділимо 4-й рядок на -4.067

1 0 0 0 | -0.717 1 0.069 0.73

0 1 0 0 | 0.912 -0.956 0.032 -0.706

0 0 1 0 | -0.182 0.073 -0.155 0.018

0 0 0 1 | 0.268 -0.183 0.032 -0.246

Обернена матриця має вигляд:

-0.717 1 0.069 0.73

0.912 -0.956 0.032 -0.706

-0.182 0.073 -0.155 0.018

0.268 -0.183 0.032 -0.246

**Протокол рішення в Scilab:**

disp('Обратная матрица методом Гаусса')

A=[7.13 8.21 4.47 -2.11

3.25 1.54 2.91 5.43

-6.34 -8.17 -10.2 3.93

4.52 6.73 1.37 -9.89 ];

B= [1 0 0 0;

0 1 0 0;

0 0 1 0;

0 0 0 1];

disp(A,'Имеем исходную матрицу:')

AB = [A B];

disp(AB,'Дополним её единичной матрицей:')

for i=1:size(AB, 'r')

disp('Делим строку №'+string(i)+' на '+string(AB(i,i))+':')

AB(i,:)=AB(i,:)/AB(i,i)

disp(AB(i,:))

for j=1:size(AB, 'r')

if j==i then continue; end

disp('домножим строку №'+string(i)+' на '+string(-AB(j,i))+' и сложим со строкой №'+string(j))

AB(j,:)=-AB(j,i)\*AB(i,:)+AB(j,:)

disp(AB(j,:))

end

disp(AB,'Дополненная матрица после преобразований:')

end

disp(AB(:,5:8),"Обратная матрица:")

disp(inv(A),'Проверим при помощи встроенной функции обратной матрицы - inv:')

**Виведення в консолі:**

-->

Обратная матрица методом Гаусса

Имеем исходную матрицу:

7.13 8.21 4.47 -2.11

3.25 1.54 2.91 5.43

-6.34 -8.17 -10.2 3.93

4.52 6.73 1.37 -9.89

Дополним её единичной матрицей:

7.13 8.21 4.47 -2.11 1. 0. 0. 0.

3.25 1.54 2.91 5.43 0. 1. 0. 0.

-6.34 -8.17 -10.2 3.93 0. 0. 1. 0.

4.52 6.73 1.37 -9.89 0. 0. 0. 1.

Делим строку №1 на 7.13:

AB =

1. 1.1514727 0.6269285 -0.2959327 0.1402525 0. 0. 0.

3.25 1.54 2.91 5.43 0. 1. 0. 0.

-6.34 -8.17 -10.2 3.93 0. 0. 1. 0.

4.52 6.73 1.37 -9.89 0. 0. 0. 1.

1. 1.1514727 0.6269285 -0.2959327 0.1402525 0. 0. 0.

домножим строку №1 на -3.25 и сложим со строкой №2

AB =

1. 1.1514727 0.6269285 -0.2959327 0.1402525 0. 0. 0.

0. -2.2022861 0.8724825 6.3917812 -0.4558205 1. 0. 0.

-6.34 -8.17 -10.2 3.93 0. 0. 1. 0.

4.52 6.73 1.37 -9.89 0. 0. 0. 1.

0. -2.2022861 0.8724825 6.3917812 -0.4558205 1. 0. 0.

домножим строку №1 на 6.34 и сложим со строкой №3

AB =

1. 1.1514727 0.6269285 -0.2959327 0.1402525 0. 0. 0.

0. -2.2022861 0.8724825 6.3917812 -0.4558205 1. 0. 0.

0. -0.8696634 -6.2252735 2.0537868 0.8892006 0. 1. 0.

4.52 6.73 1.37 -9.89 0. 0. 0. 1.

0. -0.8696634 -6.2252735 2.0537868 0.8892006 0. 1. 0.

домножим строку №1 на -4.52 и сложим со строкой №4

AB =

1. 1.1514727 0.6269285 -0.2959327 0.1402525 0. 0. 0.

0. -2.2022861 0.8724825 6.3917812 -0.4558205 1. 0. 0.

0. -0.8696634 -6.2252735 2.0537868 0.8892006 0. 1. 0.

0. 1.5253436 -1.4637167 -8.5523843 -0.6339411 0. 0. 1.

0. 1.5253436 -1.4637167 -8.5523843 -0.6339411 0. 0. 1.

Дополненная матрица после преобразований:

1. 1.1514727 0.6269285 -0.2959327 0.1402525 0. 0. 0.

0. -2.2022861 0.8724825 6.3917812 -0.4558205 1. 0. 0.

0. -0.8696634 -6.2252735 2.0537868 0.8892006 0. 1. 0.

0. 1.5253436 -1.4637167 -8.5523843 -0.6339411 0. 0. 1.

Делим строку №2 на -2.2022861:

AB =

1. 1.1514727 0.6269285 -0.2959327 0.1402525 0. 0. 0.

0. 1. -0.3961713 -2.9023391 0.206976 -0.4540736 0. 0.

0. -0.8696634 -6.2252735 2.0537868 0.8892006 0. 1. 0.

0. 1.5253436 -1.4637167 -8.5523843 -0.6339411 0. 0. 1.

0. 1. -0.3961713 -2.9023391 0.206976 -0.4540736 0. 0.

домножим строку №2 на -1.1514727 и сложим со строкой №1

AB =

1. 0. 1.0831088 3.0460315 -0.0980748 0.5228533 0. 0.

0. 1. -0.3961713 -2.9023391 0.206976 -0.4540736 0. 0.

0. -0.8696634 -6.2252735 2.0537868 0.8892006 0. 1. 0.

0. 1.5253436 -1.4637167 -8.5523843 -0.6339411 0. 0. 1.

1. 0. 1.0831088 3.0460315 -0.0980748 0.5228533 0. 0.

домножим строку №2 на 0.8696634 и сложим со строкой №3

AB =

1. 0. 1.0831088 3.0460315 -0.0980748 0.5228533 0. 0.

0. 1. -0.3961713 -2.9023391 0.206976 -0.4540736 0. 0.

0. 0. -6.5698091 -0.4702713 1.0692001 -0.3948912 1. 0.

0. 1.5253436 -1.4637167 -8.5523843 -0.6339411 0. 0. 1.

0. 0. -6.5698091 -0.4702713 1.0692001 -0.3948912 1. 0.

домножим строку №2 на -1.5253436 и сложим со строкой №4

AB =

1. 0. 1.0831088 3.0460315 -0.0980748 0.5228533 0. 0.

0. 1. -0.3961713 -2.9023391 0.206976 -0.4540736 0. 0.

0. 0. -6.5698091 -0.4702713 1.0692001 -0.3948912 1. 0.

0. 0. -0.8594194 -4.1253198 -0.9496507 0.6926183 0. 1.

0. 0. -0.8594194 -4.1253198 -0.9496507 0.6926183 0. 1.

Дополненная матрица после преобразований:

1. 0. 1.0831088 3.0460315 -0.0980748 0.5228533 0. 0.

0. 1. -0.3961713 -2.9023391 0.206976 -0.4540736 0. 0.

0. 0. -6.5698091 -0.4702713 1.0692001 -0.3948912 1. 0.

0. 0. -0.8594194 -4.1253198 -0.9496507 0.6926183 0. 1.

Делим строку №3 на -6.5698091:

AB =

1. 0. 1.0831088 3.0460315 -0.0980748 0.5228533 0. 0.

0. 1. -0.3961713 -2.9023391 0.206976 -0.4540736 0. 0.

0. 0. 1. 0.0715807 -0.1627445 0.060107 -0.1522114 0.

0. 0. -0.8594194 -4.1253198 -0.9496507 0.6926183 0. 1.

0. 0. 1. 0.0715807 -0.1627445 0.060107 -0.1522114 0.

домножим строку №3 на -1.0831088 и сложим со строкой №1

AB =

1. 0. 0. 2.9685018 0.0781952 0.457751 0.1648615 0.

0. 1. -0.3961713 -2.9023391 0.206976 -0.4540736 0. 0.

0. 0. 1. 0.0715807 -0.1627445 0.060107 -0.1522114 0.

0. 0. -0.8594194 -4.1253198 -0.9496507 0.6926183 0. 1.

1. 0. 0. 2.9685018 0.0781952 0.457751 0.1648615 0.

домножим строку №3 на 0.3961713 и сложим со строкой №2

AB =

1. 0. 0. 2.9685018 0.0781952 0.457751 0.1648615 0.

0. 1. 0. -2.8739809 0.1425014 -0.430261 -0.0603018 0.

0. 0. 1. 0.0715807 -0.1627445 0.060107 -0.1522114 0.

0. 0. -0.8594194 -4.1253198 -0.9496507 0.6926183 0. 1.

0. 1. 0. -2.8739809 0.1425014 -0.430261 -0.0603018 0.

домножим строку №3 на 0.8594194 и сложим со строкой №4

AB =

1. 0. 0. 2.9685018 0.0781952 0.457751 0.1648615 0.

0. 1. 0. -2.8739809 0.1425014 -0.430261 -0.0603018 0.

0. 0. 1. 0.0715807 -0.1627445 0.060107 -0.1522114 0.

0. 0. 0. -4.063802 -1.0895164 0.7442754 -0.1308134 1.

0. 0. 0. -4.063802 -1.0895164 0.7442754 -0.1308134 1.

Дополненная матрица после преобразований:

1. 0. 0. 2.9685018 0.0781952 0.457751 0.1648615 0.

0. 1. 0. -2.8739809 0.1425014 -0.430261 -0.0603018 0.

0. 0. 1. 0.0715807 -0.1627445 0.060107 -0.1522114 0.

0. 0. 0. -4.063802 -1.0895164 0.7442754 -0.1308134 1.

Делим строку №4 на -4.0638020:

AB =

1. 0. 0. 2.9685018 0.0781952 0.457751 0.1648615 0.

0. 1. 0. -2.8739809 0.1425014 -0.430261 -0.0603018 0.

0. 0. 1. 0.0715807 -0.1627445 0.060107 -0.1522114 0.

0. 0. 0. 1. 0.2681027 -0.1831475 0.0321899 -0.246075

0. 0. 0. 1. 0.2681027 -0.1831475 0.0321899 -0.246075

домножим строку №4 на -2.9685018 и сложим со строкой №1

AB =

1. 0. 0. 0. -0.7176683 1.0014248 0.0693057 0.730474

0. 1. 0. -2.8739809 0.1425014 -0.430261 -0.0603018 0.

0. 0. 1. 0.0715807 -0.1627445 0.060107 -0.1522114 0.

0. 0. 0. 1. 0.2681027 -0.1831475 0.0321899 -0.246075

1. 0. 0. 0. -0.7176683 1.0014248 0.0693057 0.730474

домножим строку №4 на 2.8739809 и сложим со строкой №2

AB =

1. 0. 0. 0. -0.7176683 1.0014248 0.0693057 0.730474

0. 1. 0. 0. 0.9130235 -0.9566235 0.0322114 -0.7072148

0. 0. 1. 0.0715807 -0.1627445 0.060107 -0.1522114 0.

0. 0. 0. 1. 0.2681027 -0.1831475 0.0321899 -0.246075

0. 1. 0. 0. 0.9130235 -0.9566235 0.0322114 -0.7072148

домножим строку №4 на -0.0715807 и сложим со строкой №3

AB =

1. 0. 0. 0. -0.7176683 1.0014248 0.0693057 0.730474

0. 1. 0. 0. 0.9130235 -0.9566235 0.0322114 -0.7072148

0. 0. 1. 0. -0.1819354 0.0732168 -0.1545156 0.0176142

0. 0. 0. 1. 0.2681027 -0.1831475 0.0321899 -0.246075

0. 0. 1. 0. -0.1819354 0.0732168 -0.1545156 0.0176142

Дополненная матрица после преобразований:

1. 0. 0. 0. -0.7176683 1.0014248 0.0693057 0.730474

0. 1. 0. 0. 0.9130235 -0.9566235 0.0322114 -0.7072148

0. 0. 1. 0. -0.1819354 0.0732168 -0.1545156 0.0176142

0. 0. 0. 1. 0.2681027 -0.1831475 0.0321899 -0.246075

Обратная матрица:

-0.7176683 1.0014248 0.0693057 0.730474

0.9130235 -0.9566235 0.0322114 -0.7072148

-0.1819354 0.0732168 -0.1545156 0.0176142

0.2681027 -0.1831475 0.0321899 -0.246075

Проверим при помощи встроенной функции обратной матрицы - inv:

-0.7176683 1.0014248 0.0693057 0.730474

0.9130235 -0.9566235 0.0322114 -0.7072148

-0.1819354 0.0732168 -0.1545156 0.0176142

0.2681027 -0.1831475 0.0321899 -0.246075

**Висновок:**

Можна помітити, що при знаходженні відповідей рішення системи є невеликі розбіжності, тому що рахуючи вручну ми використовуємо ε = 0,001 (припустиме наближення).

Література:

1. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учеб. Пособие для вузов М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1989. – 432 с.

2. <http://old.exponenta.ru/educat/class/courses/vvm/theme_5/theme_ex5.asp> 03.10.17

3. Чисельні методи : навчальний посібник / В. М. Задачин, І. Г. Конюшенко. – Х.: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с. (Укр. мов.) ст. 23-2